

NOM: \_\_\_\_\_ COGNOM: \_\_\_\_\_

Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs. Cada pregunta val 1 punt.

## Problema 1 (A)

El treball d'en David consisteix en estudiar com un agent, potser humà (diguem-ne  $A$ ), potser una intel·ligència artificial ( $\neg A$ ), respon quan se li demana que interpreti si un text determinat ha estat escrit per una persona ( $D$ ) o per un programa informàtic ( $\neg D$ ). La informació que David ha recopilat diu: **1)** un humà identifica correctament un text escrit per humans el 70% de les vegades; **2)** un humà identifica correctament un text escrit per una IA 4 de cada 5 vegades; **3)** un agent no humà identifica correctament un text escrit per humans el 60% de les vegades; **4)** un agent no humà identifica correctament un text escrit per una IA 9 de cada 10 vegades. Anomenarem  $H$  al fet que un agent interpreti que un text determinat ha estat escrit per un humà.

Es posa a disposició dels usuaris una finestra virtual on darrera tenim agents humans i no humans (un humà per cada dos IAs, en principi); els usuaris són els que proporcionen els textos per a ser analitzats. Suposarem que la meitat dels textos han estat escrits per humans.

1. Representeu l'arbre d'esdeveniments i probabilitats de la situació descrita anteriorment; utilitzeu la notació ja definida. *Responeu a full apart.*
2. Poseu a una taula la distribució que teòricament podem esperar per a un conjunt de 90 documents escrits per persones si en David simula el funcionament de la finestra virtual (justifiqueu rigorosament els càlculs):

	resposta correcta (text escrit per humà)	resposta incorrecta (text escrit per IA)
agent humà		
agent IA		

3. Supposem ara que s'ignora l'origen del document. Trobeu les probabilitats: **a)** que l'agent sigui humà i respongui que el text és d'origen humà; **b)** que l'agent no sigui humà i respongui que el text és d'origen artificial.

4. Quina és la probabilitat que el sistema de la finestra virtual encerti l'origen del text (ho identifiqui correctament)?

5. Si davant el text proporcionat per un usuari a l'atzar el sistema respon que és d'origen humà, quina és la probabilitat que hagi respost una IA?

En David per la nit és un programador de jocs, i està configurant un personatge amb dos atributs: *potència* de l'atac (horitzontal) i *resistència* de l'atac (vertical). Els dos atributs es mesuren amb un número enter entre 1 i 5, i la resistència esperada hauria de ser 2.8. Es vol que els atributs es comportin d'una determinada manera que s'implementa amb una taula de freqüències (a la dreta). Però dues freqüències s'han perdut.

		potència				
		1	2	3	4	5
resistència	1			1/40	1/40	3/40
	2		1/20	3/40	*	1/20
	3	1/40	1/10	#	1/40	1/40
	4	1/20	3/40	1/20		
	5	1/20	1/40			

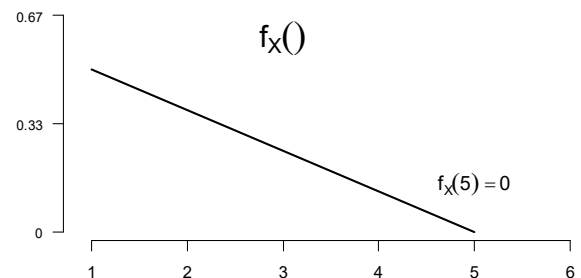
6. Reconstruiu la taula de freqüències, justificant els passos.

7. Quant val la potència esperada? Trobeu també la desviació tipus de la resistència i interpreteu.

8. Cada atac representa un consum de l'energia del personatge proporcional a la seva potència i a la seva resistència. A efectes pràctics, considerem que el consum es mesura pel producte d'ambdós atributs. Trobeu la distribució de probabilitat de l'energia consumida en un atac.

9. Com és la relació entre la potència d'un atac i la resistència? Quin indicador ens quantifica la relació existent? Calculeu quant val en aquest cas.

10. Des d'un altre punt de vista, en David pensa que podria implementar tant la potència com la resistència amb una funció de densitat com la de la figura de la dreta. Suposant que en un determinat atac aquests dos atributs fossin independents, calculeu la probabilitat que tant resistència com potència prenguin valors menors que 3.



NOM: \_\_\_\_\_

(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliqueu i justifiqueu els càlculs)

## Problema B

### EN CADA APARTAT DEFINIU EXPLÍCITAMENT LES VARIABLES ALEATÒRIES I EL MODEL QUE ELS HI CORRESPON

Una comercialitzadora d'ous assegura que, en mitjana, en el procés de triatge i empaquetat cada hora es detecta un ou de categoria superior.

(2 punts) Calculeu la probabilitat d'estar més de dues hores sense detectar cap ou de categoria superior, i la probabilitat de només trobar un ou de categoria superior en les 8 hores d'una jornada laboral.

La comercialitzadora assegura que la mitjana del pes dels ous de categoria superior és de 88 g amb variància 100

(1 punt) Calculeu la probabilitat que la mitjana del pes d'aquests ous en caixes de 25 sigui inferior a 85 g

(1 punt) Calculeu la probabilitat que la suma del pes d'aquests ous en caixes de 25 superi els 2 kg i quart

$\text{pnorm}(1.96) = 0.975$	$\text{pnorm}(1.5) = 0.933$	$\text{pnorm}(1.25) = 0.894$	$\text{pnorm}(1) = 0.841$	$\text{pnorm}(0.5) = 0.691$	$\text{pnorm}(0.25) = 0.599$
$\text{qnorm}(0.975) = 1.96$	$\text{qnorm}(0.95) = 1.645$	$\text{qnorm}(0.90) = 1.282$	$\text{qnorm}(0.10) = -1.282$	$\text{qnorm}(0.05) = -1.645$	$\text{qnorm}(0.025) = -1.96$
$\text{pbinom}(10,25,0.4) = 0.586$	$\text{pbinom}(11,25,0.4) = 0.732$	$\text{pbinom}(12,25,0.4) = 0.846$	$\text{pbinom}(13,25,0.4) = 0.922$	$\text{pbinom}(14,25,0.4) = 0.966$	$\text{pbinom}(15,25,0.4) = 0.987$
$\text{pbinom}(10,25,0.5) = 0.212$	$\text{pbinom}(11,25,0.5) = 0.345$	$\text{pbinom}(12,25,0.5) = 0.5$	$\text{pbinom}(13,25,0.5) = 0.655$	$\text{pbinom}(14,25,0.5) = 0.788$	$\text{pbinom}(15,25,0.5) = 0.885$
$\text{pbinom}(10,25,0.6) = 0.034$	$\text{pbinom}(11,25,0.6) = 0.078$	$\text{pbinom}(12,25,0.6) = 0.154$	$\text{pbinom}(13,25,0.6) = 0.268$	$\text{pbinom}(14,25,0.6) = 0.414$	$\text{pbinom}(15,25,0.6) = 0.576$

Una altra comercialitzadora d'ous assegura que en el seu cas la distribució del pes dels ous de categoria superior és Normal amb mitjana 88 g i desviació 8 g

(1 punt) Calculeu la probabilitat que un ou de categoria superior superi el 90 g

(1 punt) Calculeu la probabilitat que un ou de categoria superior estigui entre 84 i 90 g

(1 punt) Calculeu el pes que un ou de categoria superior d'aquesta comercialitzadora superarà amb una prob del 5%

(2 punts) Inspeccionant aquests ous d'aquesta comercialitzadora, calculeu la probabilitat que es detecti el primer amb pes superior a 90 g abans del tercer inspeccionat. Trobeu també l'esperança del nombre d'ous a inspeccionar fins detectar cinc amb pes superior a 90 g

(1 punt) En caixes de 25 ous de categoria superior d'aquesta comercialitzadora, calculeu la probabilitat que cap d'ells superi els 90 g, i la probabilitat que més de la meitat superin els 90 g